

УДК 629.113.012.5

DOI: 10.46960/62045_2020_2_16

П.Е. Дмитриев, В.Н. Кравец
ФОРМАЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ ПРОБЛЕМЫ РАЗДЕЛЕНИЯ СИСТЕМЫ
«КОЛЕСНЫЙ ДВИЖИТЕЛЬ – ОКРУЖАЮЩАЯ СРЕДА»

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Рассмотрены формальные аспекты проблемы выделения колесного движителя из окружающей среды, которую решают путем принятия определенных допущений. Явным образом принимаются те допущения, которые в ранее выполненных исследованиях были приняты либо в декларативной форме, либо вообще не рассматривались и не анализировались. Целью работы является научное обоснование допущений, необходимых при разделении колесного движителя и окружающей среды. Предложенный подход имеет методологическое значение и позволяет наметить направления дальнейших исследований в области феноменологической теории качения колесного движителя.

Ключевые слова: колесный движитель, окружающая среда, система, состояние системы, вход в систему, выход из системы, моделирование, феноменологическая теория качения колесного движителя.

На безрельсовых мобильных наземных машинах наиболее широко используется колесный движитель. Он представляет собой систему колес с эластичными пневматическими шинами, который взаимодействует с опорной поверхностью движения и обеспечивает передвижение колесной машины. Различают внешнюю и внутреннюю механику колесного движителя [1]. Внешняя механика изучает взаимодействие колесного движителя с колесной машиной и опорной поверхностью движения, когда его рассматривают как составную часть динамической системы «дорога – колесный движитель – колесная машина – водитель». Внешнюю механику колесного движителя, которую довольно часто называют теорией качения колесного движителя, рассматривают как составную часть теории движения колесной машины [2-9].

Предметом внутренней механики колесного движителя является определение его выходных характеристик, напряженно-деформированного и теплового состояния материала в различных режимах работы и, в конечном счете, прочности и долговечности [10]. В теории качения колесного движителя существует два подхода – феноменологический и модельный [11]. Феноменологический подход опирается на совокупность опытных фактов и гипотез, устанавливающих связь между константами и переменными параметрами теории, при этом детальным характером взаимодействия с опорной поверхностью движения деформируемой периферии колесного движителя не рассматривают. Модельный подход характеризуется рассмотрением периферии колесного движителя в виде непрерывной совокупности элементов в форме пружин или деформируемых стержней, связанных нитями, балками, кривыми брусками и т.д. Для модельного подхода характерно скрупулезное прослеживание взаимодействия точек деформируемой периферии колесного движителя во всей области контакта с опорной поверхностью, а также более глубокое проникновение в детали процесса качения, исключая необходимость введения различных гипотез или значительно сокращающее их число, так как процесс взаимодействия подчиняется известным законам механики.

Окружающая среда колесного движителя включает, с одной стороны, составные части колесной машины – трансмиссию, подвеску, тормоза, рулевое управление, а с другой стороны – опорную поверхность движения. При выделении колесного движителя из окружающей среды необходимо принятие тех или иных допущений. До настоящего времени в исследованиях в области феноменологической теории качения колесного движителя эти допущения обычно принимались в декларативной форме, либо вообще не рассматривались и не анали-

зировались. Авторами в данной статье предпринимается попытка заполнить этот пробел в феноменологической теории качения колесного движителя. С учетом изложенного выше сформулирована цель: научное обоснование допущений, принимаемых при разделении колесного движителя и окружающей среды.

Исходным этапом моделирования какого-либо объекта является его выделение от окружающей среды. Эта процедура отражает два важнейших свойства предмета исследования – его обособленность и целостность. Любой объект, в том числе, колесный движитель, не может быть полностью изолированным, а имеет с окружающей средой определенные связи: объект воздействует на среду, и среда воздействует на объект. Сущность модели «черного ящика» состоит в исключении взаимодействия, т.е., взаимного влияния объекта и окружающей среды. В этой модели учитывается только однонаправленное влияние окружающей среды на систему.

Абстрагированные однонаправленные воздействия окружающей среды на систему называют входом в систему (рис. 1).

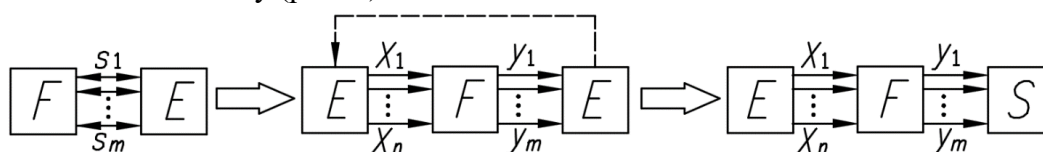


Рис. 1. Абстракция воздействий

E – окружающая среда, *F* – система; *S* – состояние системы,

s_i – взаимодействие системы с окружающей средой, *x_i* – вход в систему, *y_i* – выход из системы.

Вход системы характеризуется принципиальной возможностью измерения с необходимой точностью, но отсутствием предсказуемости. Выход системы – абстрагированные однонаправленные воздействия системы на окружающую среду. Он является результатом преобразования входных воздействий и допускает предсказание при известных входах. Процесс абстрагирования воздействий в общем случае не поддается формализации вследствие того, что математический аппарат, используемый для описания объекта исследования, не может быть применен для описания поведения окружающей среды.

Покажем явным образом на приведенном ниже примере те допущения, которые скрываются при декларативном выделении входных и выходных воздействий системы.

Рассмотрим двухуровневую систему:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f_1(x, y); \\ \frac{dy}{dt} = f_2(x, y), \end{cases} \quad (1)$$

где первое уравнение описывает движение объекта, а второе – среды; *x* – переменная состояния объекта; *y* – переменная состояния среды; *f₁(x, y)* – функция влияния среды на объект; *f₂(x, y)* – функция влияния объекта на среду.

Функции влияния *f₁(x, y)* и *f₂(x, y)* различны, что свидетельствует о неодинаковом воздействии среды на объект и объекта на среду. Взаимодействие между объектом и окружающей средой описывается видом названных функций.

Система (1) является частным видом более общей системы уравнений:

$$\begin{cases} D_1[X] = F_1(X, Y); \\ D_2[Y] = F_2(X, Y), \end{cases} \quad (2)$$

где *D_{1,2}[X, Y]* – линейные дифференциальные операторы; *X, Y* – векторы переменных состояния объекта и окружающей среды; *F_{1,2}(X, Y)* – линейные функционалы.

Часто принимаемая гипотеза о взаимодействии объекта с окружающей средой заключается в том, что влияние объекта по тем или иным критериям на окружающую среду существенно меньше, чем влияние окружающей среды на объект. Например, среду часто считают медленно меняющейся в масштабе времени, характерном для изучаемого объекта. Данное предположение математически выражается в принятии функции $f_2(x, y)$, много меньшей $f_1(x, y)$:

$$f_2(x, y) \ll f_1(x, y) \quad (3)$$

или

$$\varepsilon f_2^*(x, y) = f_1(x, y),$$

где $f_2^*(x, y)$ – новая функция того же порядка, что и функция $f_1(x, y)$, а $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр.

С учетом принятой гипотезы система уравнений (1) примет вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f_1(x, y); \\ \frac{dy}{dt} = \varepsilon f_2^*(x, y). \end{cases} \quad (4)$$

Первое, наиболее грубое приближение в решении системы (4) заключается в принятии крайнего случая $\varepsilon = 0$, тогда система примет вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f_1(x, y); \\ \frac{dy}{dt} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

или

$$\frac{dx}{dt} = f_1(x, y_0) = f(x), \quad (6)$$

где $y_0 = \text{const}$ – параметр среды.

Уравнение (6) описывает автономный объект, движение которого зависит от параметра бифуркации y_0 , а окружающая среда считается не изменяющейся.

Иногда принимают несколько видоизмененную гипотезу (4) о малости влияния объекта на среду:

$$f_2(x, y) \ll f_1(x, y) \quad (7)$$

или

$$f_2^*(\varepsilon x, y) = f_1(x, y),$$

то есть принимают малость функции $f_2(x, y)$ только по одному из ее аргументов.

С учетом видоизмененной гипотезы система уравнений (1) примет вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f_1(x, y); \\ \frac{dy}{dt} = f_2^*(\varepsilon x, y). \end{cases} \quad (8)$$

Если, как и при решении системы (4), принять крайний случай $\varepsilon = 0$, то система уравнений (8) распадется на два независимых уравнения:

$$\frac{dx}{dt} = f_1(x, y); \quad (9)$$

$$\frac{dy}{dt} = f_2^*(0, y) = f(y). \quad (10)$$

Решение уравнения (10) имеет вид:

$$y = y(y_0, t). \quad (11)$$

После подстановки (11) в (9) получают:

$$\frac{dx}{dt} = f_1(x, y(y_0, t)) = F(x, t). \quad (12)$$

Таким образом, если влиянием объекта на среду пренебречь, но все же рассматривать не «мертвую» среду, а учитывать происходящие в ней процессы, то получится неавтономное уравнение движения объекта с функцией в правой части, явно зависящей от времени.

Уравнение (12) можно применить к исследованию движения массы в одномассовой колебательной системе с кинематическим возбуждением [12]. Уравнение движения массы имеет вид:

$$m\ddot{x} + k(\dot{x} - \dot{q}(t)) + c(x - q(t)) = mg, \quad (13)$$

где m – подрессоренная масса; k – коэффициент сопротивления амортизаторов подвески; c – жесткость подвески; x , \dot{x} , \ddot{x} – перемещение, скорость и ускорение подрессоренной массы; $q(t)$ – заранее не известная функция времени – кинематическое возбуждение; g – ускорение свободного падения.

Уравнение (13) можно преобразовать следующим образом:

$$m\ddot{x} + k\dot{x} + cx = mg + k\dot{q}(t) + cq(t) = F(t). \quad (14)$$

Представим правую часть уравнения (14) в виде:

$$m\ddot{x} + k\dot{x} + cx = F^*(y(y_0, t)), \quad (15)$$

где $y = y(y_0, t)$ – решение некоторого, заранее не известного уравнения.

Таким образом, представление кинематического воздействия от ординат микропрофиля опорной поверхности в виде решения некоторого дифференциального уравнения, которое подлежит дальнейшей идентификации, расширяет границы описания взаимодействия колесного движителя с опорной поверхностью на случаи длины волны опорной поверхности, сопоставимой с длиной его контакта с опорной поверхностью.

Вернемся к исходной системе уравнений (1) и предположим, что правые части обоих уравнений линейны по своим аргументам:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f_1(x, y) = a_1x + b_1y + c_1; \\ \frac{dy}{dt} = f_2(x, y) = a_2x + b_2y + c_2. \end{cases} \quad (16)$$

Решение второго уравнения системы (16) можно записать в форме интеграла Дюамеля:

$$y(t) = \int_0^t (a_2x(\tau) + c_2)R(t - \tau)d\tau. \quad (17)$$

После подстановки выражения (17) в первое уравнение системы (16) получают интегро-дифференциальное уравнение:

$$\frac{dx}{dt} - a_1x - b_1 \cdot \int_0^t (a_2x(\tau) + c_2)R(t - \tau)d\tau - c_1 = 0. \quad (18)$$

Уравнение (18) свидетельствует о том, что состояние объекта в данный момент времени определяется всей предысторией движения.

Выводы

1. Разработана теоретическая основа допущений, принимаемых при выделении колесного движителя из окружающей среды.
2. При выделении колесного движителя из окружающей среды имеют место как минимум две скрытые абстракции: 1) о малости изменения величин, которые можно учитывать в качестве параметров системы; 2) об укорочении или полном исключении «памяти» системы, то есть зависимости ее настоящего состояния от предыдущей траектории движения.
3. Полученные результаты исследования имеют, во-первых, методологическое значение и, во-вторых, позволяют наметить направления дальнейших исследований в области феноменологической теории качения колесного движителя.

Библиографический список

1. Бухин, Б.Л. Введение в механику пневматических шин [Текст] / Б.Л. Бухин. – М.: Химия, 1988. – 244 с.
2. Чудаков, Е.А. Теория автомобиля: учеб. для вузов [Текст] / Е.А. Чудаков. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Машгиз, 1950. – 344 с.
3. Зимелев, Г.В. Теория автомобиля [Текст] / Г.В. Зимелев. – М.: Машгиз, 1959. – 312 с.
4. Гришкевич, А.И. Автомобили: теория: учеб. для вузов [Текст] / А.И. Гришкевич. – Минск: Вышэйшая школа, 1986. – 208 с.
5. Смирнов, Г.А. Теория движения колесных машин: учеб. для студентов машиностроительных специальностей вузов [Текст] / Г.А. Смирнов. – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Машиностроение, 1990. – 352 с.
6. Тарасик, В.П. Теория движения автомобиля: учеб. для вузов [Текст] / В.П. Тарасик. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 476 с.
7. Ларин, В.В. Теория движения полноприводных колесных машин: учеб. [Текст] / В.В. Ларин. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. – 392 с.
8. Кравец, В.Н. Теория автомобиля: учеб. для вузов [Текст] / В.Н. Кравец, В.В. Селифонов. – М.: ООО «Гринлайт+», 2011. – 884 с.
9. Кравец, В.Н. Теория движения автомобиля: учеб. [Текст] / В.Н. Кравец. – Н.Новгород: НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2014. – 697 с.
10. Кравец, В.Н. Развитие научных методов проектирования и их реализация с целью совершенствования эксплуатационных свойств колесных машин: дис... д-ра техн. наук: 05.05.03. [Текст]. – Н.Новгород, 2004. – 396 с.
11. Левин, М.А. Теория качения деформируемого колеса [Текст] / М.А. Левин, Н.А. Фуфаев. – М.: Наука, 1989. – 272 с.
12. Динамика системы «дорога – шина – автомобиль – водитель» [Текст] / А.А. Хачатуров, В.Л. Афанасьев, В.С. Васильев [и др.]; под ред. А.А. Хачатурова. – М.: Машиностроение, 1976. – 535 с.