

УДК 621.432

DOI:10.46960/62045\_2021\_2\_43

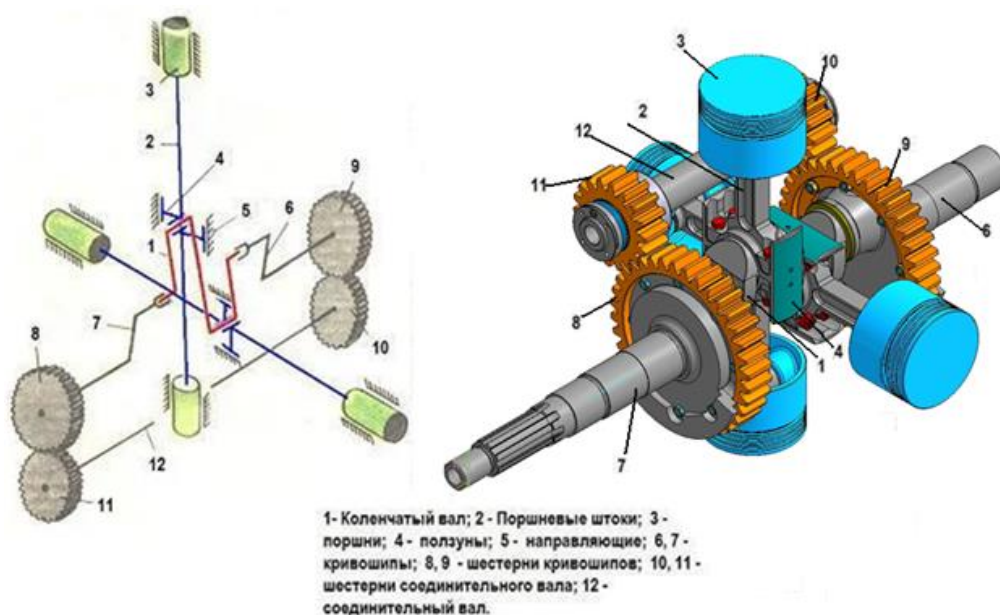
**В.М. Третьяков, С.И. Потапов, М.Ю. Пискарев**  
**ПРИМЕНЕНИЕ МАТРИЧНОГО МЕТОДА**  
**ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ СТРУКТУРНЫХ СВОЙСТВ**  
**БЕСШАТУННОГО ПОРШНЕВОГО ДВИГАТЕЛЯ**

*Ковровская государственная технологическая академия им. В.А. Дегтярева*

На примере механизма эллипсографа, лежащего в основе построения «бесшатунных» поршневых двигателей, предложенных С.С. Баландиным, изложен матричный метод анализа структурных свойств механизма и модификации его устройства с целью устранения избыточных связей. Подробно рассмотрен процесс получения исполнений механизма без избыточных связей с поступательными, вращательными и сферическими кинематическими парами. Механизм со сферическими кинематическими парами не имеет избыточных связей и обеспечивает отсутствие радиальных сил, действующих на поршни двигателя.

**Ключевые слова:** поршневой двигатель, механизм, структурный анализ, избыточные связи, матрица подвижностей.

История развития бесшатунных поршневых двигателей, предложенных С.С. Баландиным, берет начало в 1930-х гг., когда в конструкторском бюро, где он работал, была выпущена конструкторская документация, по которой изготавливались несколько типов авиационных двигателей с механизмом, отличным от кривошипно-шатунного. Базой для проектирования таких двигателей послужила известная кинематическая схема эллипсографа. Казалось, что предложенный С.С. Баландиным бесшатунный двигатель (рис. 1) быстро потеснит двигатели классической компоновки. Машиностроительные предприятия, используя наработки авиационной промышленности, смогут запустить его в серийное производство без особых проблем. К тому времени авиация освоила газовые турбины, и поршневые двигатели ее перестали интересовать. Однако до сих пор не удалось создать технологически приемлемую конструкцию массового применения.



**Рис. 1. Кинематическая схема двигателя Баландина и его 3D-модель**

При кажущейся простоте механизм бесшатунного двигателя содержит избыточные связи, а применительно к тепловым машинам их влияние было слабо изучено. С выходом в свет книги С.С. Баландина [1] энтузиасты начали предпринимать попытки построить двигатель, скопировав его с первоначального или в усовершенствованных вариантах [2]. Процесс проектирования и изготовления проводился, как правило, на основе расчетов и методик, предложенных автором [1]. Вопреки ожиданиям, у большинства построенных образцов при первых оборотах вала происходило заклинивание силового механизма в корпусе двигателя в результате задира поршня о зеркала цилиндра. Те, кто сумел спроектировать и изготовить работоспособный двигатель, обнаружили в нем интенсивный износ и выкрашивание крейцкопфных направляющих (литтенговы износ). Живучесть силового механизма определялась несколькими часами работы. По признанию самого С.С. Баландина, каждый четвертый двигатель, вышедший из стен его КБ, выходил из строя на испытательном стенде.

До недавнего времени оставались неясными причины эффекта «клина» бесшатунного механизма, который мог проявиться сразу после сборки двигателя или в процессе его работы под нагрузкой после полного прогрева. Основную роль играло отсутствие методологии назначения номинальных размеров звеньев механизма и не учет некоторых конструктивных факторов работы ползунов в напряженно-деформированном состоянии [3, 4]. Кроме того, при проектировании не было уделено достаточно внимания конструктивным мерам, компенсирующим температурные деформации и производственные погрешности. Там, где эффект «клина» давал о себе знать, требовалось проведение доводочных работ, что является серьезным препятствием для крупносерийного производства. По мнению исследователей, в настоящее время эти проблемы сняты, но избыточные связи в механизме эллипсографа остались.

В статье предпринята попытка совместить несомненные достоинства бесшатунного двигателя с его конструктивными изменениями, направленными на повышение технологичности и надежности при эксплуатации за счет устранения избыточных связей; при этом используется матричный метод структурного анализа механизмов. Структурное исследование матричным методом проводится для многоконтурного механизма (рис. 2), используемого в двигателе Баландина [1].

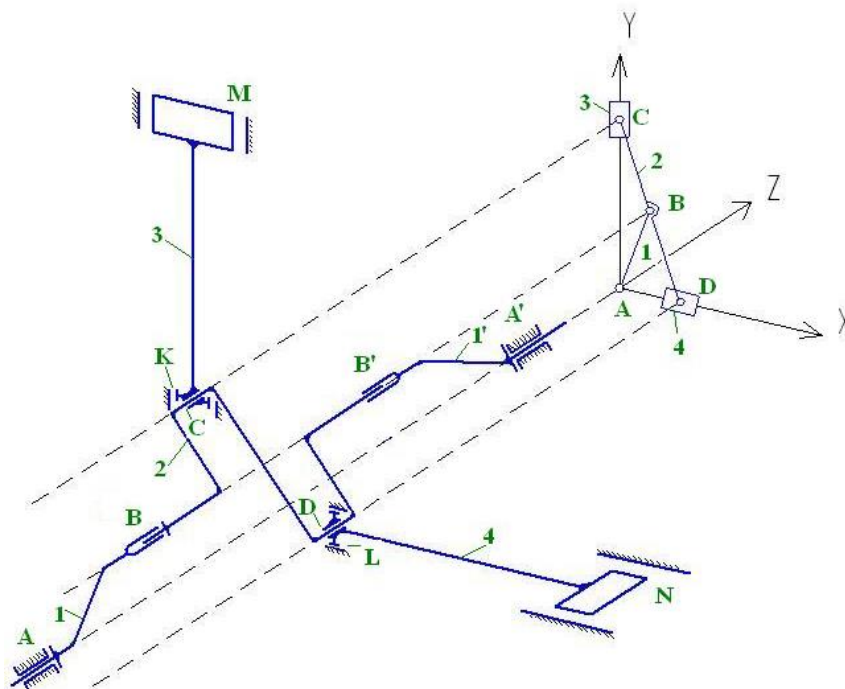


Рис. 2. Исследуемый механизм

Осуществляется последовательный структурный анализ независимых замкнутых контуров механизма. При рассмотрении каждого замкнутого контура, начиная со второго, предполагается, что механизм, полученный формированием предыдущих контуров – это начальный механизм. К нему присоединяются вновь вводимые звенья механизма посредством двух

кинематических пар. Одна из них образована со стойкой, вторая с одним из подвижных звеньев начального механизма. При определении структурных свойств (подвижностей и избыточных связей) многоконтурного механизма матричное уравнение, предложенное в [5], удобнее представить в виде:

$$WQ_m = W_{m-1} + W_{M(m-1)}^u + H_{\Sigma m} - W_{Mm}^u - W_{Mm} - F, \quad (1)$$

Здесь  $WQ_m$  – матрица структурных свойств механизма, полученного формированием  $m$ -го замкнутого контура, она содержит описание подвижностей всего механизма, полученного замыканием всех контуров начиная с первого включая и контур с номером  $m$  и избыточные связи, возникшие только в контуре под номером  $m$ ;  $W_{m-1}$  – матрица подвижностей начального механизма, входящего в замкнутый контур под номером  $m$ , содержит подвижности всего механизма, полученного замыканием всех контуров с первого, включая контур с номером  $(m-1)$ , эта матрица должна содержать подвижности, соответствующие движению звена, к которому

присоединяется одно из вновь вводимых звеньев контура под номером  $m$ ;  $H_{\Sigma m} = \sum_{i=1}^{p^m} H_i$  – сум-

марная матрица подвижностей в кинематических парах, образованных вновь введенными звеньями при формировании замкнутого контура под номером  $m$ ;

$$H_i = \begin{bmatrix} t_x & r_x \\ t_y & r_y \\ t_z & r_z \end{bmatrix} - \text{матрица подвижностей } i\text{-ой кинематической пары,}$$

где  $t_x, t_y, t_z$  – переменные, равные 1 при наличии поступательных подвижностей (движений) вдоль осей  $X, Y, Z$  и 0 в противном случае;

$r_x, r_y, r_z$  – переменные, принимающие значение 1 при наличии вращательных подвижностей (движений) вокруг осей  $X, Y, Z$  и значение 0 в противном случае;

$p^m = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5$  – число кинематических пар, образованных вновь введенными звеньями при формировании замкнутого контура под номером  $m$ , где  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$  – число кинематических пар разных классов;

$W_{M(m-1)}^u$  – местная подвижность в составе начального механизма звена  $u$ , к которому присоединяются звенья, вновь введенные при формировании  $m$ -го замкнутого контура, используется начиная с определения структурных свойств второго замкнутого контура;

$W_{Mm}^u$  – местная подвижность в составе механизма, полученного формированием замкнутого контура под номером  $m$ , звена  $u$ , к которому присоединяются звенья, вновь введенные при его замыкании;

$W_{Mm} = \sum_{j=1}^{n^m} W_{Mj}$  – суммарная матрица местных подвижностей звеньев, вновь введенных при формировании  $m$ -го замкнутого контура механизма;

$$W_{Mj} = \begin{bmatrix} w_M^{tx} & w_M^{rx} \\ w_M^{ty} & w_M^{ry} \\ w_M^{tz} & w_M^{rz} \end{bmatrix} - \text{матрица местных подвижностей } j\text{-ого звена,}$$

где  $w_M^{tx}, w_M^{ty}, w_M^{tz}$  – переменные, принимающие значение 1 при наличии независимых поступательных движений  $j$ -го звена вдоль осей  $X, Y, Z$  и значение 0 в противном случае;

$w_M^{rx}, w_M^{ry}, w_M^{rz}$  – переменные, принимающие значение 1 при наличии независимых вращательных движений  $j$ -го звена вокруг осей  $X, Y, Z$  и значение 0 в противном случае;

$n^m$  – число подвижных звеньев вновь введенных при формировании  $m$ -го замкнутого контура механизма;

$$F = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \text{ – единичная матрица свободного замыкания контура (матрица подвижностей свободного твердого тела);}$$

ного твердого тела);

$k = p - n$  – число независимых замкнутых контуров механизма, как разность общего числа его кинематических пар ( $p$ ) и общего числа подвижных звеньев ( $n$ ).

В принятой системе координат рис. 2 матрицы подвижностей кинематических пар исследуемого механизма имеют вид:

$$H_A = H_{A'} = H_B = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, H_{B'} = H_C = H_D = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}, H_K = H_M = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}, H_L = H_N = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

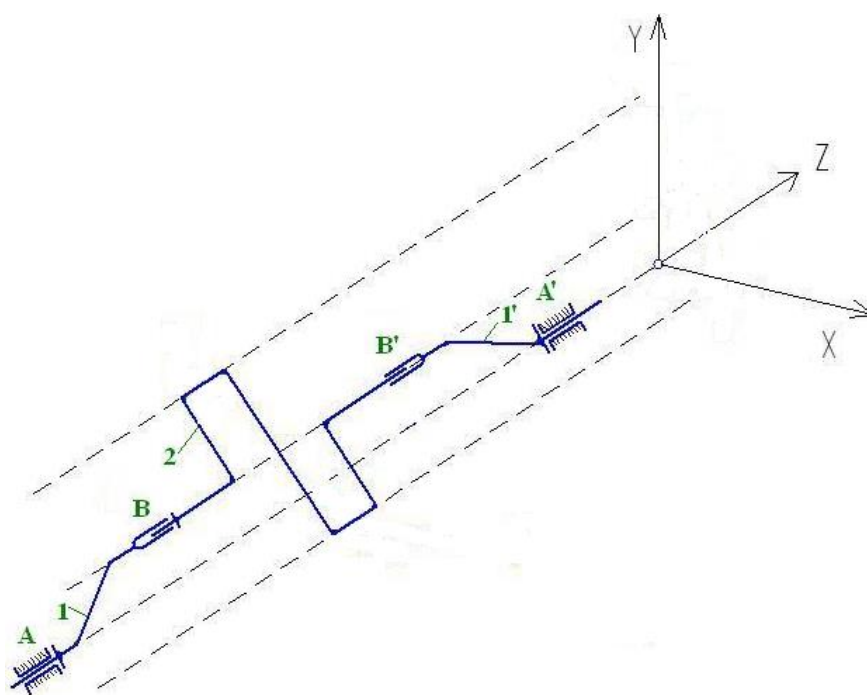


Рис. 3. Механизм, полученный при формировании первого замкнутого контура

На рис. 3 показан первый контур, формируемый при сборке механизма. Его начальный механизм образован стойкой и звеном 1,  $W_0 = H_A$ . Легко установить, что местные подвижности звеньев отсутствуют. Уравнение (1) будет иметь вид:

$$WQ_1 = H_A + H_B + H_{B'} + H_{A'} - F .$$

Подставив в него приведенные выше матрицы, получим суммарную матрицу:

$$WQ_I = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}.$$

В [5] показано, что одной вращательной подвижностью можно заменить одну отсутствующую поступательную подвижность, обозначенную в матрице отрицательным значением соответствующего элемента. Чтобы учесть эту замену, необходимо преобразовать суммарную матрицу. Примеры выполнения такого преобразования показаны в [5, 6] и ниже:

$$\begin{vmatrix} t_x & r_x \\ t_y & r_y \\ t_z & r_z \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} t_x & r_x \\ t_y + r_z^y & r_y \\ t_z & r_z - r_z^y \end{vmatrix}, \quad (2)$$

где  $r_z^y = 1$  – вращательная подвижность вокруг оси  $Z$ , используемая для замены отсутствующей поступательной подвижности вдоль оси  $Y$ .

В рассматриваемом замкнутом контуре вращательные подвижности вокруг оси  $Z$  позволяют заменить только одну из двух отсутствующих поступательных подвижностей или вдоль оси  $X$ , или вдоль оси  $Y$ . Это связано с тем, что кривошипы 1 и 1' постоянно расположены параллельно друг другу. Они вращаются синхронно (рис. 1). Будем считать, что вращательная подвижность вокруг оси  $Z$  позволяет заменить отсутствующую поступательную подвижность вдоль оси  $Y$ . В результате суммарная матрица примет вид:

$$WQ_I = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}.$$

Данная матрица позволяет сделать вывод о подвижностях (элементы со знаком плюс) и избыточных связях (элементы со знаком минус) в рассматриваемой кинематической цепи. Механизм, полученный формированием первого замкнутого контура, имеет две степени свободы (обе – вращение вокруг оси  $Z$ ) и три избыточные связи, обусловленные отсутствием поступательной подвижности вдоль оси  $X$  и вращательных подвижностей вокруг осей  $X$  и  $Y$ . Избыточные связи первого контура нельзя устранить подвижностями кинематических пар, входящих в другие контуры. Подвижности первого контура влияют на подвижность последующих контуров, образованных присоединением к первому контуру вновь вводимых звеньев. Поэтому подвижности, имеющиеся в контуре, в отличие от избыточных связей, должны быть учтены на следующих этапах структурного анализа.

Преображаем матрицу структурных свойств первого контура  $WQ_I$  в его матрицу подвижностей, обнуляя в ней отрицательные элементы. В итоге получим:  $W_I = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$ . Анало-

гично, обнуляя положительные элементы, из суммарной матрицы получим матрицу избыточ-

ных связей механизма, по рис. 3:  $Q_I = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ .

На рис. 4 приведена кинематическая схема механизма, полученная формированием второго замкнутого контура добавлением фрагмента звена 3. Для этого образуются две кинематические пары  $C$  и  $K$ , которые связывают фрагмент вновь введенного звена 3 с подвижным звеном 2 первого контура и стойкой. Уравнение (1) представим в виде:

$$WQ_{II} = W_I + (H_C + H_K) - F.$$

Присоединяется только одно звено. Очевидно, что оно не имеет местных подвижностей. В скобках выделены собственные подвижности второго контура, которые используются при его замыкании. Матрица подвижностей  $W_I$  начального механизма, входящего во второй замкнутый контур, должна содержать подвижности, соответствующие движению звена 2, к которому присоединяется вновь вводимый фрагмент звена 3. Это вращательная подвижность вокруг оси  $Z$ . Матрица  $W_I$  такие подвижности содержит.

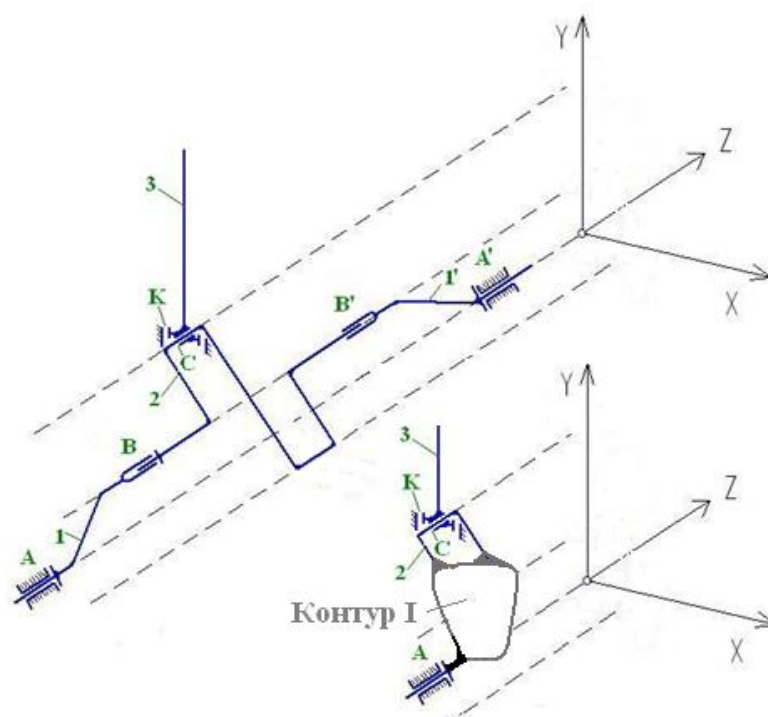


Рис. 4. Механизм, полученный при формировании второго замкнутого контура

Определяем матрицу структурных свойств механизма, полученного замыканием второго контура:

$$WQ_{II} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + \left( \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \right) - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix};$$

$$WQ_{II} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + \left( \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \right) - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Если считать, что для замыкания второго контура первыми используются подвижности его собственных кинематических пар, то сначала найдем разность двух последних матриц. В результате получим:

$$WQ_{II} = \left| \begin{array}{cc|cc|cc} 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array} \right|$$

Анализируя результат можно сделать вывод, что для устранения избыточной связи, вызванной отсутствием поступательной подвижности вдоль оси  $X$ , можно использовать одну из вращательных подвижностей первого контура. Имеющиеся вращательные подвижности вокруг оси  $Z$  приводят к перемещению точек звена 2, которые входят в его узел сопряжения, образующий кинематическую пару  $C$ . Проекция этих перемещений на оси  $X$  и  $Y$  будут не нулевые. Значит, замена отсутствующих поступательных подвижностей вдоль этих осей возможна. Матрица структурных свойств механизма, полученного формированием второго за-

мкнутого контура, будет иметь вид  $WQ_{II} = \left| \begin{array}{cc} 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right|$ . Преобразуем ее в матрицу подвижностей

механизма, полученного замыкание двух первых контуров:

$$W_{II} = \left| \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right| \quad (3)$$

Последняя матрица показывает, что механизм по рис. 4 имеет вращательную подвижность, вокруг оси  $Z$ . Эта подвижность не может использоваться для замены отсутствующих поступательных подвижностей в последующих замкнутых контурах. Если она используется для этой цели, то полученная кинематическая цепь лишается данной вращательной подвижности. Получим неподвижную конструкцию. Матрица избыточных связей второго замкнутого

контура механизма по рис. 4  $Q_{II} = \left| \begin{array}{cc} 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right|$ . В целом этот механизм имеет в двух своих замкну-

тых контурах 4 избыточных связи  $Q_I + Q_{II} = \left| \begin{array}{cc} -1 & -2 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{array} \right|$ .

На рис. 5 представлена кинематическая схема механизма, полученная формированием третьего замкнутого контура. Для него уравнение (1) будет иметь вид:

$$WQ_{III} = W_{II} + H_M - F. \quad (4)$$

Матрица подвижностей  $W_{II}$  начального механизма, входящего в третий замкнутый контур, должна содержать подвижности, соответствующие поступательному движению вдоль оси  $Y$  уже введенного фрагмента звена 3. С ним неподвижно соединен вновь вводимый второй фрагмент звена 3, образующий кинематическую пару  $M$  со стойкой. Матрица  $W_{II}$  должна содержать поступательную подвижность, соответствующую движению первого фрагмента звена 3, к которому присоединяется его второй фрагмент. Однако она не содержит поступательных подвижностей, ее нужно преобразовать.



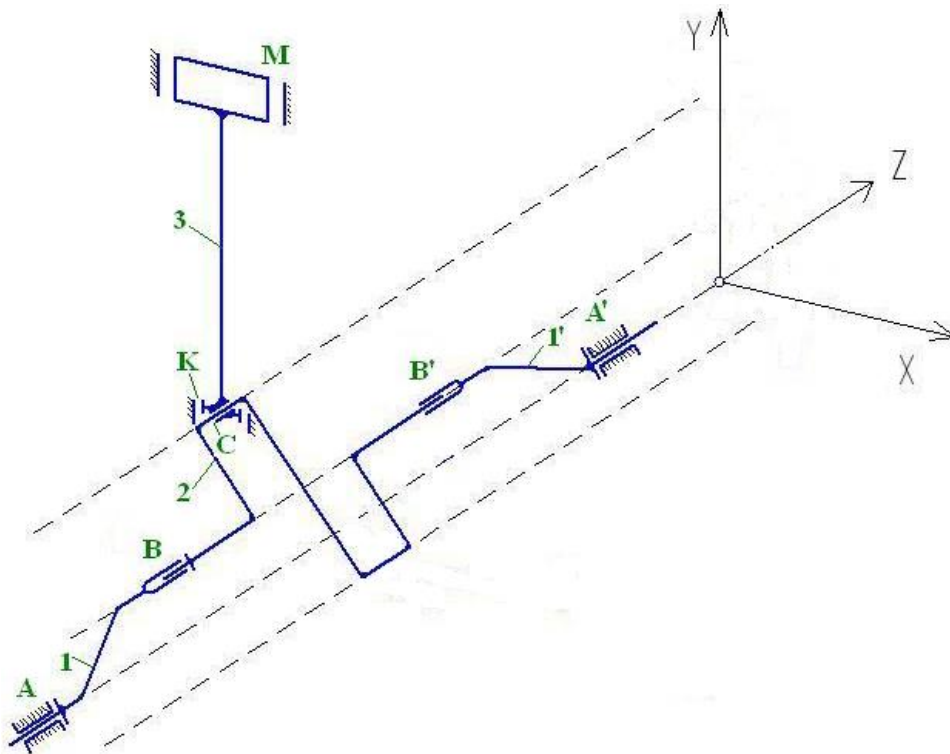


Рис. 5. Механизм, полученный при формировании третьего замкнутого контура

Для этого поступаем аналогично случаю, описываемому выражением (2). С учетом замены поступательной подвижности вдоль оси  $Y$  вращательной подвижностью вокруг оси  $Z$

(в нашем случае такая замена возможна) матрица  $W_{II}$  (3) будет иметь вид  $W_{II} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ .

Использованная общая вращательная подвижность обеспечивает поступательное движение звена 3. Эта поступательная подвижность далее учитывается, как общая подвижность всего механизма. Матрица подвижностей для неподвижного соединения двух фрагментов звена 3 содержит только нулевые элементы, поэтому в уравнение (4) не включена. Из (4) получим:

$$WQ_{III} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix},$$

$$WQ_{III} = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}.$$

Матрицы подвижностей механизма по рис. 5 и избыточных связей его третьего замкнутого контура имеют вид:

$$W_{III} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad Q_{III} = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}.$$



Всего в этом механизме 8 избыточных связей  $Q_I + Q_{II} + Q_{III} = \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 0 & -1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}$ .

Изготовить такую конструкцию сложно. Для этого кинематические пары  $K$  и  $M$  должны изготавливаться с высокой точностью за одну установку. Число подвижностей механизма  $w = 1$ , сумма подвижностей его кинематических пар  $f = 11$ , число избыточных связей  $q = 8$ , число независимых замкнутых контуров  $k = 3$ . Проверим полученные структурные свойства механизма по рис. 5, используя формулу Озола [7]:

$$q = w + 6k - f, \quad (5)$$

$$8 = 1 + 6 \cdot 3 - 11.$$

Равенство выполняется. На рис. 6 изображена кинематическая схема механизма, полученная формированием четвертого замкнутого контура. Для него уравнение (1) примет вид:

$$WQ_{IV} = W_{III} + H_D + H_L - F. \quad (6)$$

Матрица подвижностей  $W_{III}$  начального механизма, входящего во второй замкнутый контур, должна содержать подвижности, соответствующие движению звена 2, к которому присоединяется вновь вводимый фрагмент звена 4. Это вращательная подвижность вокруг оси  $Z$ . Матрица  $W_{III}$  таких подвижностей не содержит. Если использовать (3) и повторить расчеты по формуле (4), то получим:

$$WQ_{III} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix},$$

$$WQ_{III} = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}.$$

В этом случае матрица подвижностей механизма, полученного формированием третьего контура, не содержит вращательных подвижностей  $W_{III} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ . Это говорит о том, что в

механизме по рис. 5 нет вращательных подвижностей вокруг оси  $Z$  для замыкания четвертого контура. Поэтому в (6) используем матрицу подвижностей  $W_{III}$ , содержащую только нулевые элементы. В итоге получим:

$$WQ_{IV} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

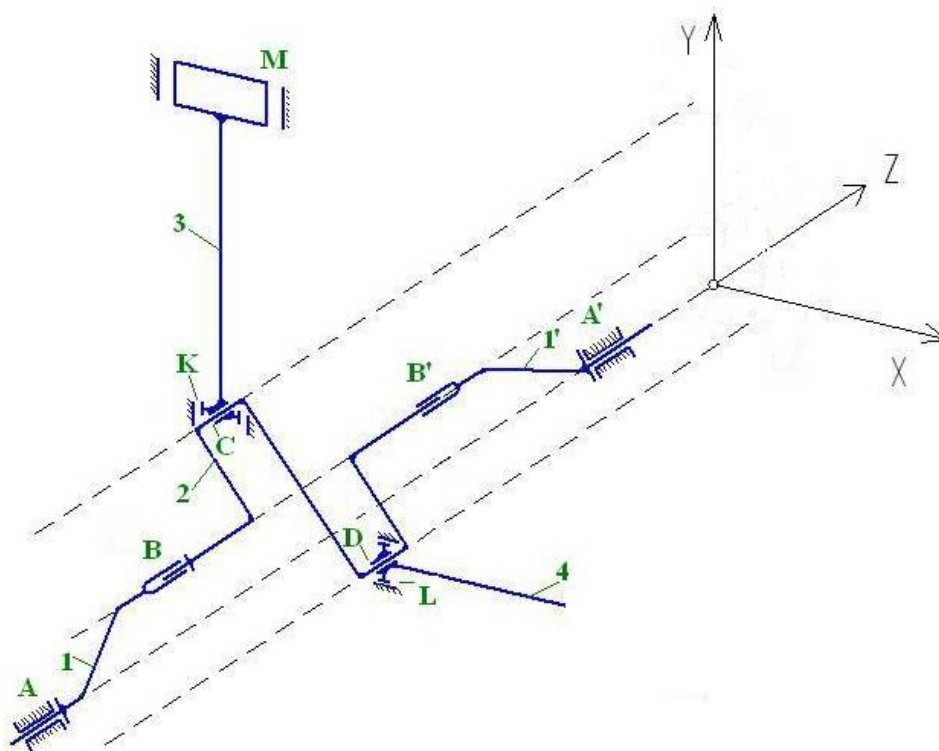


Рис. 6. Механизм, полученный при формировании четвертого замкнутого контура

Суммарная матрица  $WQ_{IV} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ . В соответствии с ней кинематическая цепь, полу-

ченная при образовании четвертого замкнутого контура присоединением первого фрагмента звена 4, не имеет подвижностей. Вновь полученный замкнутый контур содержит две избыточные связи, обусловленные отсутствием вращательной и поступательной подвижностей, относящихся к оси  $Y$ . Преобразуем матрицу структурных свойств в матрицу подвижностей «механизма» по рис. 6  $W_{IV} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$  и матрицу избыточных связей его четвертого замкнутого кон-

тура  $Q_{IV} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ . Добавление пятого замкнутого контура завершает формирование кинема-

тической схемы механизма, приведенной на рис. 2. Для него уравнение (1) примет вид:

тической схемы механизма, приведенной на рис. 2. Для него уравнение (1) примет вид:

$$WQ_V = W_{IV} + H_N - F.$$

$$WQ_V = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Суммарная матрица  $WQ_V = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}$ . Пятый замкнутый контур полученного «механизма» со-

держит четыре избыточных связи, обусловленные отсутствием двух поступательных и двух вращательных подвижностей относящихся к осям  $Y$  и  $Z$ . Преобразуем матрицу структурных свойств в матрицу избыточных связей пятого замкнутого контура:

$$Q_V = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Общее число избыточных связей в механизме по рис. 2 равно 14:

$$\sum_{m=1}^5 Q_m = Q_I + Q_{II} + Q_{III} + Q_{IV} + Q_V = \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ -2 & -3 \\ -2 & -2 \end{vmatrix}. \quad (8)$$

В кинематической схеме по рис. 1 на два цилиндра больше. Каждый дополнительный цилиндр аналогично добавляет по 4 избыточных связи (7). Этот механизм имеет 22 избыточных связи, что соизмеримо с числом избыточных связей в двойном шпоночном соединении. Но механизм по рис. 1 на два порядка сложнее такого соединения. Проверим по формуле Озола (5) структурные свойства механизма по рис. 2 (число подвижностей механизма  $w = 0$ , сумма подвижностей его кинематических пар  $f = 17$ , число избыточных связей  $q = 14$ , число независимых замкнутых контуров  $k = 5$ ):

$$14 \neq 0 + 6 \cdot 5 - 17.$$

Равенство не выполняется. Число избыточных связей определено правильно. Значит, учтены не все подвижности механизма. Используем выражение (1) для уточнения общих подвижностей всего механизма по рис. 2. Учитывая, что  $W_m = WQ_m - Q_m$ ,  $W_0 = H_A$ , а местные подвижности отсутствуют, на основе формул, полученных из (1) для пяти контуров, будем иметь:

$$W_V = \sum_{i=1}^p H_{\Sigma i} - \sum_{j=1}^n W_{Mn} - kF - \sum_{m=1}^k Q_m,$$

где  $n = 5$ ,  $p = 10$ . Данная формула – матричный аналог формулы Озола.

$$W_V = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 5 \\ 5 & 5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ -2 & -3 \\ -2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}.$$

Заменив отсутствующие поступательные подвижности вращательными, получим мат-

рицу общих подвижностей механизма по рис. 2:  $W_V = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ . Таким образом, механизм имеет

одну общую подвижность – вращение вокруг оси  $Z$  и 14 избыточных связей, которые необходимо устранить. По формуле Озола (5):  $14 = 1 + 6 \cdot 5 - 17$ . Равенство выполняется. При устранении избыточных связей будем предполагать, что три избыточные связи первого контура (рис. 2) могут быть компенсированы точностью изготовления и доводкой в процессе сборки. Устранению подлежат 11 избыточных связей четырех других контуров. К механизму по рис. 2 присоединяются две идентичные кинематические цепи, каждая из которых образует по два замкнутых контура. Одна второй и третий, другая четвертый и пятый. Избыточные связи, возникающие при добавлении первой (содержит звено 3 и кинематические пары  $C, K, M$ ),

найдем, как  $\sum_{m=2}^3 Q_m = Q_{II} + Q_{III} = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}$ , второй (содержит звено 4 и кинематические пары  $D,$

$L, N$ )  $\sum_{m=4}^5 Q_m = Q_{IV} + Q_V = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -2 & -2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}$ .

Кинематические пары, используемые в механизме, передающие большие силы, должны быть низшими. Значит, минимальный класс для них третий, и максимум три подвижности. В каждой из присоединяемых кинематических цепей можно изменить по две кинематические пары четвертого класса, т.е. можно добавить в каждую только по две подвижности вместо требуемых пяти и шести. Чтобы получить большее число подвижностей, нужно ввести дополнительные звенья. Введение в контур нового звена добавляет шесть подвижностей всех шести видов, но образуемые им кинематические пары уменьшают число подвижностей. Таким образом, без изменений кинематической схемы не обойтись.

Введем в каждую из присоединяемых цепей по одному дополнительному звену. Для этого разделим каждое из звеньев 3 и 4 на два звена. Вместо звена 3 (рис. 2) будем использовать звенья 3 и 5, связанные кинематической парой  $K$  (рис. 7). Число кинематических пар осталось прежним, поэтому в механизме на два независимых замкнутых контура меньше. Требуемые исполнения кинематических пар  $C$  и  $K$  необходимо определить. Базовые теоретически допустимые наборы подвижностей кинематических пар приведены в [6].

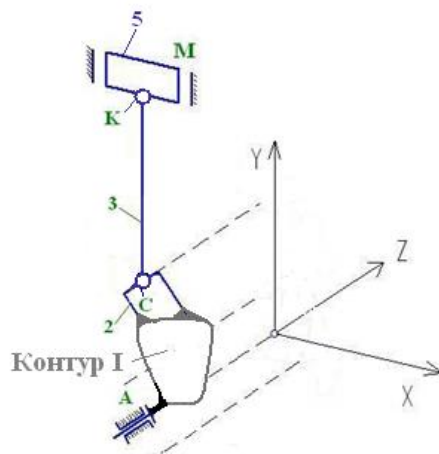


Рис. 7. Введенное изменение кинематической схемы

Для вновь присоединяемых звеньев необходимо проверять наличие их местных и групповых подвижностей. Для этого нужно остановить звенья, связанные с звеном, для которого определяется местная подвижность. При определении местных подвижностей звена можно использовать упрощенный вариант формулы (1):

$$WQ_m^{Mj} = W_{m-1}^{Mj} + H_m^{Mj} - F, \quad (9)$$

$$W_{Mj} = W_m^{Mj},$$

где  $WQ_m^{Mj}$  – матрица структурных свойств  $j$ -ого звена, она содержит подвижности звена относительно связанных с ним звеньев, которые условно считаются неподвижными, число замкнутых контуров, образованных звеном, на единицу меньше числа его кинематических пар;  $W_m^{Mj}$  – матрица получается из  $WQ_m^{Mj}$  обнулением отрицательных элементов;  $W_{m-1}^{Mj}$  – матрица подвижностей  $j$ -ого звена при наличии всех контуров начиная с первого включая контур под номером  $m-1$ , для  $m=1$   $W_0^{Mj} = H_0^{Mj}$  – матрица подвижностей первой кинематической пары  $j$ -ого звена, с которой начинается формирование первого замкнутого контура;  $H_m^{Mj}$  – матрица подвижностей кинематической пары вновь введенной при формировании  $m$ -го замкнутого контура  $j$ -ого звена.

Найдем подвижности, которые должны иметь кинематические пары  $C$  и  $K$ , чтобы в создаваемом замкнутом контуре отсутствовали избыточные связи. Исполнения кинематических пар  $M$  и  $N$  изменять нельзя. Они определяются цилиндропоршневой группой двигателя. Уравнение (1) для механизма, полученного при формировании второго замкнутого контура рис. 7 будет иметь вид:

$$WQ_{II} = W_I + H_C + H_K + H_M - F$$

Откуда найдем:  $H_C + H_K = WQ_{II} + F - W_I - H_M$ .

При отсутствии избыточных связей для второго контура должны получить

$$WQ_{II} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \text{ поэтому:}$$

$$H_C + H_K = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}. \quad (10)$$

Распределим требуемые подвижности по кинематическим парам:  $H_C = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ ,  $H_K = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$ .

Определим наличие местных подвижностей звеньев 3 и 5. Останавливаем звенья 2 и 5 и по формуле (9) для звена 3 получим:

$$WQ_1^{M3} = W_0^{M3} + H_1^{M3} - F = H_C + H_K - F,$$

$$WQ_1^{M3} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}.$$

Откуда:  $W_{M3} = W_1^{M3} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ . Легко убедиться, что и для пятого звена  $W_{M5} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ .

При принятых подвижностях кинематических пар  $C$  и  $K$  для механизма, полученного замыканием второго контура, получим:

$$WQ_{II} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \text{ и } W_{II} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Найдем подвижности, которые должны иметь кинематические пары  $D$  и  $L$ , чтобы избыточные связи отсутствовали. Уравнение (1) для механизма (рис. 8), полученного при формировании третьего замкнутого контура звеньями 4 и 6, будет иметь вид:

$$WQ_{III} = W_{II} + H_D + H_L + H_N - F$$

Откуда найдем:

$$H_D + H_L = WQ_{III} + F - W_{II} - H_N$$

Для  $WQ_{III}$  зададим  $WQ_{III} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ .

$$H_D + H_L = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}. \quad (11)$$

Откуда:

$$H_L = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad H_D = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

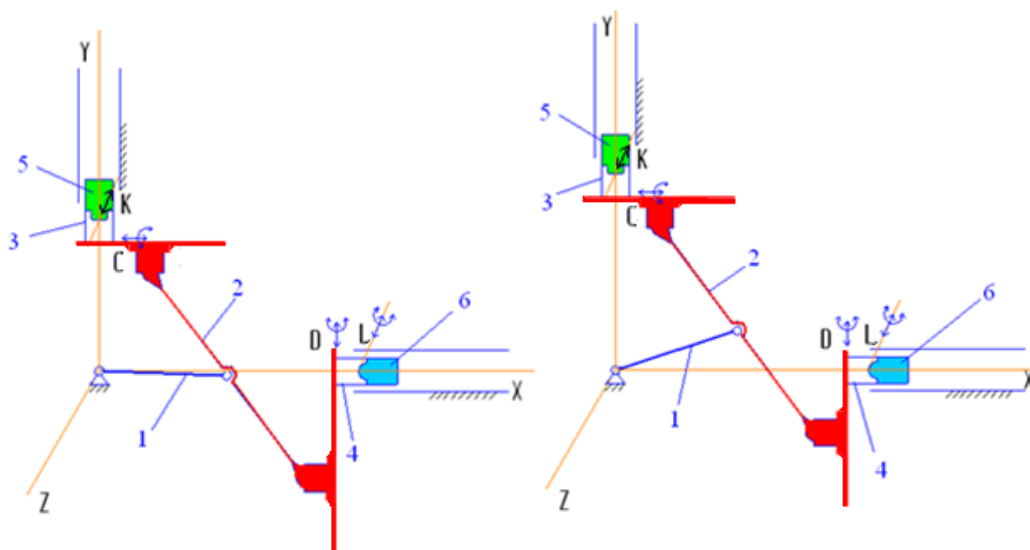
При принятых подвижностях кинематических пар  $D$  и  $L$  для механизма, полученного замыканием третьего контура, получим:

$$WQ_{III} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \text{ и } W_{III} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Найденный набор кинематических пар (третий столбец таблицы) обеспечивает устранение наиболее вредных избыточных связей механизма. Однако поступательные кинематические пары менее надежны и долговечны чем вращательные. Уменьшить трение в них гораздо сложнее, чем во вращательных парах. Поэтому при выборе классов кинематических пар наложим ограничение: кинематические пары  $C$ ,  $K$ ,  $D$  и  $L$  не должны содержать поступательных

подвижностей. Поступательные подвижности могут быть заменены вращательными. Эта замена используется для изменения итоговых матриц в выражениях (10) и (11). Из (10) получим четыре возможных варианта суммарных матриц подвижностей:

$$H_C + H_K = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \rightarrow \left\{ \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \right\}. \quad (12)$$



**Рис. 8. Механизм без избыточных связей с поступательными подвижностями в кинематических парах**

Используемый механизм должен обеспечить соосное расположение звеньев 3 и 5 параллельно оси  $Y$  (рис. 7). Поэтому вращательные подвижности вокруг этой оси не могут использоваться для замены поступательных подвижностей вдоль осей  $X$  и  $Z$ . Следовательно

из четырех полученных матриц может использоваться только вторая  $H_C + H_K = \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ , для которой  $r_y = 0$ .

На основе этой матрицы выбираем подвижности для кинематических пар  $C$  и  $K$ :

$$H_C = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad H_K = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Из (11) получим тоже четыре возможных варианта суммарных матриц подвижностей для звеньев 4 и 6 третьего замкнутого контура:

$$H_D + H_L = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow \left\{ \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \right\}. \quad (13)$$



Таблица 1. Изменение классов кинематических пар

Матрицы подвижностей кинематических пар первой присоединяемой цепи (звенья 3 или 3 и 5)	Возможность изменения конструкции кинематической пары	Матрицы подвижностей кинематических пар рационального механизма с поступательными подвижностями	Матрицы подвижностей кинематических пар рационального механизма с вращательными и сферическими парами	Матрицы подвижностей кинематических пар рационального механизма с сферическими парами звеньев 3 и 5
$H_C = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$	Можно	$H_C = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$	$H_C = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$	$H_C = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$
$H_K = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$	Можно	$H_K = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$	$H_K = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$	$H_K = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$
$H_M = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$	Нельзя			Вновь введена кинематическая пара $S$ : $H_S = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$
Матрицы подвижностей кинематических пар второй присоединяемой цепи (звенья 4 или 4 и 6)	Возможность изменения конструкции кинематической пары	Матрицы подвижностей кинематических пар рационального механизма с поступательными подвижностями	Матрицы подвижностей кинематических пар рационального механизма с вращательными и сферическими парами	Матрицы подвижностей кинематических пар рационального механизма с сферическими парами звеньев 4 и 6
$H_D = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$	Можно	$H_D = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$	$H_D = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$	$H_D = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$
$H_L = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$	Можно	$H_L = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$	$H_L = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$	$H_L = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$
$H_N = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$	Нельзя			

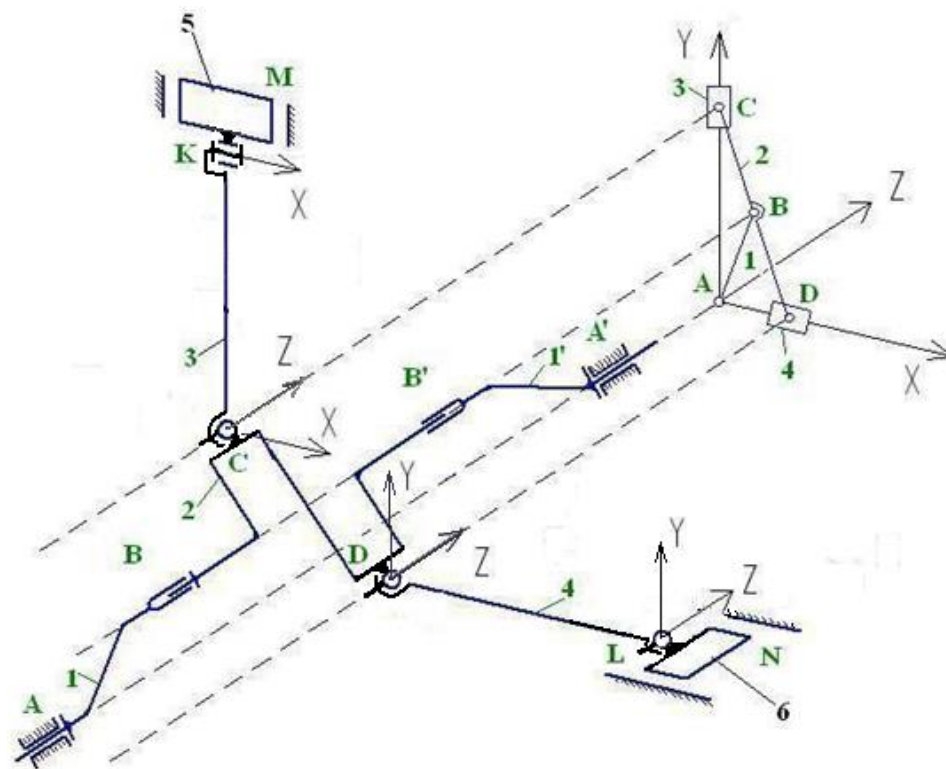


Рис. 9. Механизм без избыточных связей только с вращательными подвижностями в кинематических парах звеньев 3 и 4

Аналогично предыдущему контуру, лучше использовать вариант матрицы, для которой  $r_x = 0$ :

$$H_D + H_L = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$

Распределив подвижности по кинематическим парам, получим:

$$H_D = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, H_L = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Механизм без избыточных связей с выбранными вариантами кинематических пар приведен на рис. 9. Для унификации звеньев желательно обеспечить  $H_D = H_C$  и  $H_L = H_K$ . По-

этому выполним все четыре кинематические пары сферическими  $H_D = H_C = H_K = H_L = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ .

Кроме того, применение сферических кинематических пар целесообразно для уменьшения радиальных сил, действующей на поршни. Используя формулу (9), легко убедиться, что в этом

случае звенья 3, 4, 5, 6 имеют местные подвижности. Для звеньев 3 и 5  $W_{M3} = W_{M5} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ , для

звеньев 4 и 6  $W_{M4} = W_{M6} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ . Для механизма, полученного замыканием второго контура:

$$W_{Q_{II}} = W_I + H_C + H_K + H_M - W_{M3} - W_{M5} - F.$$

$$W_{Q_{II}} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix},$$

$$W_{II} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$

Чтобы устранить лишнюю вращательную подвижность вокруг оси  $Z$ , сохранив сферические кинематические пары, введем кинематическую пару первого класса  $S$ , образованную звеном 3 и стойкой (рис. 10). Ее матрица подвижностей  $H_S = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ . Повторим структурный

анализ вновь введенной кинематической цепи, включающей звенья 3 и 5. Введение высшей кинематической пары  $S$  на местные подвижности звеньев 3 и 5 не влияет. Сначала рассмотрим контур, включающий начальный механизм по рис. 3 и звено 3. Местная подвижность звена 3:  $W_{Q_1}^{M3'} = W_0^{M3'} + H_1^{M3'} - F = H_C + H_S - F$ ,

$$W_{Q_1}^{M3'} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

$$\text{Откуда } W_{MII}' = W_{M3}' = W_1^{M3'} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

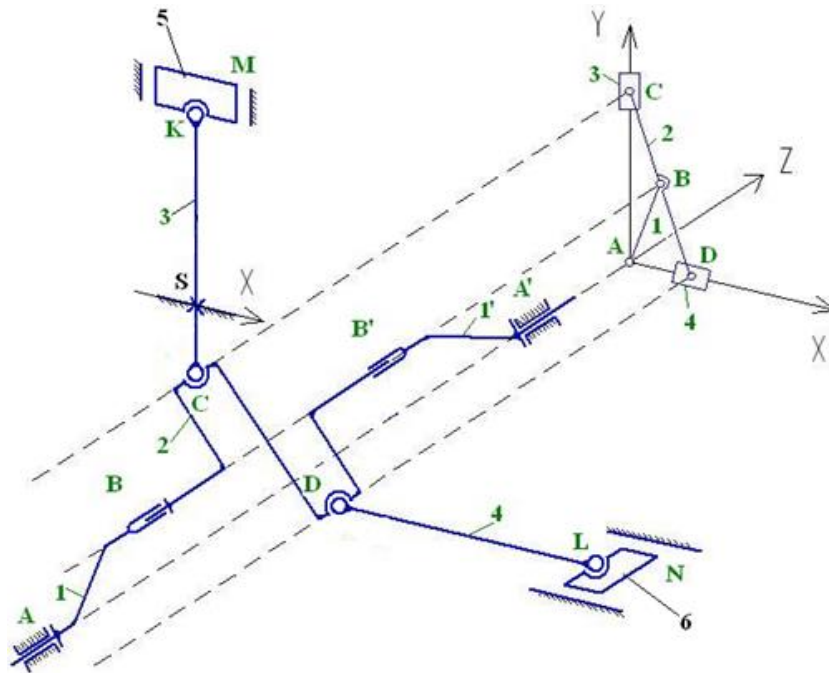


Рис. 10. Рациональный механизма со сферическими кинематическими парами звеньев 3 и 4

$$W_{Q_{II}}' = W_I + H_C + H_S - W_{MII}' - F,$$

$$W_{Q_{II}}' = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}, \quad W_{II}' = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}.$$

Присоединяем звено 5:  $W_{II}' = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}.$

$$W_{Q_{II}} = W_{II}' + W_{MII}^3 + H_K + H_M - W_{MII}^3 - W_{M5} - F.$$

$$W_{MII}^3 = W_{M3}' = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Местная подвижность звена 3 после присоединения к нему 5-го звена:

$$W_{Q_1}^{M3} = W_0^{M3} + H_1^{M3} - F = H_C + H_S - F,$$

Откуда  $W_1^{M3} = W_1^{M3'} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}.$

$$W_{Q_2}^{M3} = W_1^{M3} + H_2^{M3} - F = W_1^{M3} + H_K - F,$$

$$W_{Q_2}^{M3} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Вращение вокруг оси  $Y$  не позволяет заменить отсутствующие поступательные подвижности, тогда как вращением вокруг оси  $X$  можно заменить отсутствующую поступательную подвижность вдоль оси  $Z$ . Поэтому:

$$W_{M3}^3 = W_2^{M3} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}. \text{ Аналогично } W_{M5} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

$$WQ_{II} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, W_{II} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix},$$

$$WQ_{III} = W_{II} + H_D + W_L + H_N - W_{M4} - W_{M6} - F,$$

$$WQ_{III} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, W_{III} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Таким образом, использованный в данной работе матричный метод определения структурных свойств механизмов позволяет проектировать устройства, не имеющие избыточных связей. Он является эффективным инструментом, помогающим при конструировании изделий. Применение его к исследованию механизма бесшатунного двигателя Баландина позволило выявить первопричину эффекта «клина» бесшатунного механизма. Это происходит по причине большого количества избыточных связей. В двухцилиндровом двигателе 14 избыточных связей, в четырехцилиндровом – 22. Предложено техническое решение, устраняющее избыточные связи в механизме. Количество поршней можно увеличивать, не опасаясь возникновения избыточных связей или исчезновения подвижности механизма. Кроме того, шатуны 3 и 4 перемещаются вдоль осей  $Y$  и  $X$ , соответственно, что уменьшает радиальные силы, действующие на поршни.

### *Библиографический список*

1. Баландин, С.С. Бесшатунные двигатели внутреннего сгорания / С.С. Баландин. – М.: Машиностроение, 1972.
2. Ворогушин, В.А. Новые бесшатунные механизмы для поршневых машин [Электронный ресурс] // Режим доступа: <http://engine.aviaport.ru/issues/72/page50.html>.
3. Ворогушин, В.А. Устранение эффекта клиннения в бесшатунном механизме С.С. Баландина // Автомобильная промышленность. 2009. № 1.
4. Симонов, В.Н. Размерные цепи бесшатунного механизма ДВС С.С. Баландина. Анализ работоспособности механизма. / В.Н. Симонов, С.С. Сурак // Грузовик. 2008. № 10.
5. Третьяков, В.М. Матричный метод определения избыточных связей и подвижностей в механизмах // Известия вузов. Машиностроение. 1996. № 10-12. С.3-8.
6. Третьяков, В.М. Формирование простых кинематических пар на основе узла сопряжения «точка» // Теория механизмов и машин. 2015. Т. 13. № 26. С. 46-61.
7. Решетов, Л.Н. Самоустанавливающиеся механизмы: Справочник / Л.Н. Решетов. – М.: Машиностроение, 1979. – 343 с.